Am 15. Dezember 1915 ist in Bonn bei vorübergehendem Aufenthalte der langjährige ordentliche Professor der Mathematik an der Universität Würzburg, Geheimer Rat Dr. **Friedrich Prym** nach vollendetem 74. Lebensjahre gestorben.

Friedrich Prym wurde am 28. September 1841 in Düren als Sohn des Tuchfabrikanten Richard Prym und seiner Gattin Ernestine geb. Schoeller geboren. Nachdem er das dortige Gymnasium absolviert hatte, studierte er 1859—1863 an den Universitäten Berlin, Heidelberg und Göttingen. Die von ihm in Göttingen 1861—1862 gehörte Vorlesung Riemanns „Über Funktionen einer veränderlichen komplexen Größe, insbesondere elliptische und Abelsche“ bildete die Grundlage für seine mathematische Ausbildung und für seine ersten wissenschaftlichen Arbeiten. Auf Grund der Dissertation: „Theoria nova functionum ultraellipticarum. Pars prior“, in der zum ersten Male die Riemannschen Anschauungen und Methoden zur Behandlung eines speziellen Falles verwertet wurden, promovierte Prym am 21. Februar 1863 an der philosophischen Fakultät der Universität Berlin. Dann trat er, nachdem er inzwischen zu Hause die in seiner Dissertation begonnenen Untersuchungen fortgesetzt und im September 1863 abgeschlossen hatte, als Volontär in das Bankgeschäft der ihm verwandten Familie Schoeller in Wien ein. Hier wurde die aus seiner Dissertation hervorgegangene Abhandlung: „Neue Theorie der ultraelliptischen Funktionen“ am 14. Januar 1864 in der Sitzung der math.-naturw. Klasse der Akademie vorgelegt und im 24. Bande ihrer Denkschriften veröffentlicht.

In dem Hauptresultate dieser Arbeit, nach welchem der Quotient zweier Thetafunktionen, deren Argumente Summen von je 3 ultraelliptischen Integralen 1. Gattung sind, sich algebraisch als Quotient zweier Determinanten darstellen lasse, erkannte Prym den Schlüssel für den allgemeinen hyperelliptischen Fall, dessen Behandlung er jetzt unternahm. Für diese neuen Untersuchungen Pryms wurde ein mehrwöchentliches Zusammensein mit Riemann entscheidend, der sich im Frühjahr 1865 seiner Gesundheit wegen in Pisa aufhielt. Erst die Aufschlüsse, welche Prym hier von Riemann über das Verschwinden der hyperelliptischen Thetafunktionen bekam, ermöglichten es ihm, seiner Theorie den gesuchten Abschluß zu geben, der wieder in der algebraischen Darstellung des Quotienten zweier Thetafunktionen, deren Argumente nunmehr Summen von je $p+1$ Integralen sind, als Quotienten zweier Determinanten seinen Ausdruck fand. Er veröffentlichte diese Untersuchungen, nachdem er inzwischen, 1865, als Professor an das eidgenössische Polytechnikum in Zürich berufen worden war, im Juni 1866 unter dem Titel „Zur Theorie der Funktionen in einer zweiblättrigen Fläche“ im 22. Bande der Denkschriften der schweiz. naturf. Gesellschaft.

Diese Abhandlung Pryms wurde für die Mathematik von weittragender Bedeutung; denn ihr war es, neben den Abhandlungen Rochs, zu verdanken, wenn die Riemannsche Abhandlung über die „Theorie der Abelschen Funktionen“, die in ihrer knappen Darstellungsform, ihrer Gedankenfülle und ihrer Tiefe für die mathematische Welt bis dahin ein Buch mit sieben Siegeln geblieben war, nunmehr zum Gemeingut der Mathematiker und damit zugleich zu einem vielumworbenen Objekt weiterer Forschung wurde.

Im Jahre 1866 starb am 20. Juli Riemann, am 21. November der vorher genannte Roch und Prym fiel nun zunächst allein die Aufgabe zu, die Riemannsche Lehre weiterzuführen. Welcher Art die Untersuchungen waren, die Prym in den nun folgenden Jahren in dieser Richtung anstellte, sehen wir aus den Abhandlungen, die er, 1869 als ordentlicher Professor an die Universität Würzburg berufen, in diesem Jahre von dort aus im 70. und 71. Bande des Journals für die r. und a. Mathematik veröffentlichte.

Prym ging hier von dem Resultate Riemanns aus, daß zu jeder willkürlich gewählten mehrblättrigen Fläche immer eine Gruppe sogenannter Abelscher, in der zerschnittenen Fläche einwertiger Integrale existiert, und daß diese durch die Bedingung, den gleichzeitigen partiellen Differentialgleichungen

$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ zu genügen, und durch passend gewählte Grenz- und Unstetigkeitsbedingungen vollständig bestimmt werden können, und erkannte die Möglichkeit eines Fortschrittes in der Funktionentheorie darin, das genannte System von Differentialgleichungen unter Zugrundelegung neuer charakteristischer Grenzbedingungen zu integrieren. Solche Bedingungen aber erhielt er, indem er das Verhalten der Abelschen Integrale, beim Überschreiten der Querschnitte um Konstanten zuzunehmen, dahin verallgemeinerte, daß sie bei diesem Überschreiten in ganze lineare Ausdrücke von sich selbst übergehen sollen. Prym veröffentlichte damals nur die Hauptresultate seiner Untersuchungen; das in der ersten Abhandlung gegebene Versprechen, daß diese in ihrer Gesamtheit in kurzer Zeit veröffentlicht werden sollen, hat er erst 40 Jahre später durch das unten genannte im Jahre 1911 erschienene gemeinsame Werk mit Rost eingelöst; damals wandte er sich anderen Untersuchungen zu.

Vom Juni 1876 stammt eine Abhandlung „Zur Theorie der Gammafunktion“ (J. f. Math., Bd. 82), in der Prym zeigt, daß jede der beiden durch Zerlegung der Funktion $\Gamma(z)$ in eine Reihe von Partialbrüchen einerseits und eine Reihe von ganzen Potenzen von z andererseits entstehenden Funktionen $P(z)$ und $Q(z)$ durch ebenso einfache Bedingungen wie $\Gamma(z)$ selbst vollständig definiert werden kann, und vom März 1877 datiert Prym seinen „Beweis eines Riemannschen Satzes“ (J. f. Math., Bd. 83), in welchem er zeigt, daß jede in der n-blättrigen, die Verzweigung der durch eine irreduzible Gleichung $F(s, z) = 0$ definierten algebraischen Funktion s von z repräsentierenden Fläche T einwertige Funktion σ, die nur für eine endliche Anzahl von Punkten der Fläche von ganzzahliger, endlicher Ordnung unendlich wird, eine rationale Funktion von z und s ist.

Im Herbste 1878 wurde Prym durch einen Zufall an eine Formel erinnert, welche ihm Riemann 1865 bei ihrem Zusammensein in Pisa mitgeteilt und für welche er damals nach Riemanns Angaben einen Beweis verfaßt hatte. Prym veröffentlichte jetzt diesen Beweis; er stellte ferner, um die Natur der bewiesenen Formel, die er die Riemannsche Thetaformel nannte, klar zu stellen, eine Formel von allgemeinem Charakter auf, welcher an Stelle des jener zugrunde liegenden speziellen involutorisch-orthogonalen Systems das allgemeinste derartige System untergelegt ist. In zwei weiteren Abhandlungen ergänzte er die von Riemann in der Vorlesung vom W.-S. 1861/62 behandelte Charakteristikentheorie und zeigte mit deren Hilfe endlich in einer fünften Abhandlung, wie man aus der Riemannschen Thetaformel alle jene Formeln ableiten kann, welche andere Mathematiker zur Gewinnung der Additionstheoreme der Thetafunktionen und der zwischen ihnen bestehenden algebraischen Beziehungen aufgestellt hatten. Diese 5 Abhandlungen erschienen 1882 zusammen unter dem Titel: „Untersuchungen über die Riemannsche Thetaformel und die Riemannsche Charakteristikentheorie.“

Aber damit waren Pryms Arbeiten über die Riemannsche Thetaformel nicht abgeschlossen. Nachdem er einen zweiten Beweis, der sich auf die Bestimmung der Thetafunktion durch ihre Periodizitätseigenschaften gründet, schon 1880 gefunden und als „Kurze Ableitung der Riemannschen Thetaformel“ im 93. Bande des Journals für Mathematik veröffentlicht hatte, bemerkte er im Juli 1882, daß man diese Formel auch unter Verzicht auf alle funktionentheoretischen Hilfsmittel durch direkte Umformung der ihre linke Seite darstellenden $4p$-fach unendlichen Reihe erhalten kann, wenn man nur das von Jacobi zur Gewinnung ähnlicher Formeln angewandte Verfahren der Einführung neuer Summationsbuchstaben vermittelst einer linearen Substitution mit der Einschiebung eines Faktors verbindet, der (von ähnlicher Wirkung wie der Dirichletsche diskontinuierliche Faktor bei den bestimmten Integralen) gestattet, die zunächst eingetretene Beschränkung der neuen Summation aufzuheben. Den auf diesem direkten Wege gewonnenen Beweis der Riemannschen Thetaformel veröffentlichte Prym 1883 im 3. Bande der Acta mathematica. Er hatte aber zugleich erkannt, daß das nämliche Verfahren zur Herstellung viel allgemeinerer Thetaformeln angewandt, und weiter, daß aus diesen noch andere, der Riemannschen Thetaformel ähnliche Formeln abgeleitet werden können. Diesen beiden Aufgaben, mit denen sich schon zwei weitere im 3. Bande der Acta mathematica veröffentlichte Abhandlungen beschäftigt hatten, waren, zusammen mit einer neuen Behandlung der Transformationstheorie, jene Untersuchungen gewidmet, welche Prym und ich, den er schon seit 1881 zu seinen wissenschaftlichen Arbeiten herangezogen hatte, vom Anfange des Jahres 1883 an in sechsjähriger gemeinsamer Tätigkeit anstellten und deren Ergebnisse ich 1891, nachdem wir durch meine Berufung nach Straßburg 1889 getrennt worden waren, auszugsweise als „Neue Grundlagen einer Theorie der allgemeinen Thetafunktionen“ herausgab.

Die wiederholte Beschäftigung mit den orthogonalen, involutorischen und orthogonal-involutorischen Substitutionen gab Prym Veranlassung, die Darstellung der Koeffizienten dieser Substitutionen durch voneinander unabhängige Parameter, die bisher nur für die orthogonalen Substitutionen behandelt worden war, auch für die involutorischen und die orthogonal-involutorischen durchzuführen. Die vollständige Lösung dieser Aufgabe hat er im November 1891 der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften vorgelegt und im 38. Bande ihrer Abhandlungen veröffentlicht.

Inzwischen hatte Prym an Rost einen neuen Mitarbeiter gefunden und ging im November 1892 mit diesem an die Ergänzung und Ausarbeitung jener Untersuchungen, welche er vor mehr als zwanzig Jahren über Funktionen, die beim Überschreiten der Querschnitte in lineare Ausdrücke von sich selbst übergehen, begonnen und deren damalige Hauptergebnisse er im Journal für Mathematik veröffentlicht hatte.

Es handelte sich bei diesen Funktionen, für welche jetzt der Name „Prymsche Funktionen 1. Ordnung“ gewählt wurde, um Funktionen W der komplexen Veränderlichen z, welche dadurch charakterisiert sind, daß sie in vorgegebener Weise unstetig werden und daß

$$\begin{aligned} &\text{längs } a_\nu : W^+ = A_\nu W^- + \mathfrak{A}_\nu, \\ &\text{längs } b_\nu : W^+ = B_\nu W^- + \mathfrak{B}_\nu, \qquad (\nu = 1, 2 \ldots, p) \\ &\text{längs } c_\nu : W^+ = W^- + \mathfrak{C}_\nu, \end{aligned}$$

endlich für die nach den Unstetigkeitspunkten führenden Schnitte l_σ

$$\text{längs } l_\sigma : W^+ = W^- + 2\pi i \mathfrak{L}_\sigma \qquad (\sigma = 1, 2 \ldots)$$

ist; dabei bestehen zwischen den Konstanten, für welche mod. $A_\nu =$ mod. $B_\nu = 1$ ist, die Relationen:

$$(1 - B_\nu)\mathfrak{A}_\nu - (1 - A_\nu)\mathfrak{B}_\nu = \mathfrak{C}_\nu, \quad \sum_\nu \mathfrak{C}_\nu + 2\pi i \sum_\sigma \mathfrak{L}_\sigma = 0.$$

Die von Prym und Rost 1911 veröffentlichte Theorie dieser Funktionen umfaßt zwei Teile; in dem ersten, den „Grundlagen der Theorie“ wird der Existenzbeweis der Funktionen erbracht, die Aufgabe des zweiten Teiles „Das System der Funktionen“ besteht darin, aus den Funktionen W gewisse einfachste auszuwählen, aus denen sich alle anderen linear zusammensetzen lassen, und die zwischen diesen Elementarfunktionen bestehenden Beziehungen zu ermitteln.

Haben alle $2p$ Größen A, B den Wert 1, so sind die Funktionen W die Funktionen der Riemannschen Theorie. Während nun in den anderen Fällen ohne weiteres Funktionen gebildet werden können, welche nur an einer Stelle logarithmisch unendlich werden, ist dies bekanntlich in der Riemannschen Theorie nicht der Fall; die Verfasser haben aber gefunden, daß auch für diese eine nur in einem Punkte logarithmisch unendlich werdende Funktion geschaffen werden kann, wenn man auf die Konstanz der Periodizitätsmodulen an den Schnitten b verzichtet. Die Konstruktion dieser Funktion $P_0\left|{\eta \atop z}\right|$, für welche

$$\begin{aligned} &\text{längs } a_\nu : P^+ = P^-, \\ &\text{längs } b_\nu : P^+ = P^- + \frac{2}{p} u_\nu(z^-) - 2 u_\nu(\eta) - \frac{2k_\nu}{p} + \frac{a_{\nu\nu}}{p}, \\ &\text{längs } c_\nu : P^+ = P^- - \frac{2\pi i}{p}, \\ &\text{längs } l_\eta : P^+ = P^- + 2\pi i \end{aligned}$$

ist, wo die k_ν die aus der Riemannschen Theorie bekannten Konstanten vertreten, und die also keine Funktion W im bisherigen Sinne ist, bildet das interessanteste Resultat der ganzen Theorie. Mit ihrer Hilfe gelingt den Verfassern dann auch der Aufbau der Riemannschen Thetafunktion, mit welchem das Werk abschließt. Es wurde kurz vor dem 70. Geburtstage Pryms 1911 den Mathematikern in einem stattlichen Quartband von 550 Seiten unter dem Titel: „Theorie der Prymschen Funktionen erster Ordnung, im Anschluß an die Schöpfungen Riemanns" überreicht.

Wie der Titel andeutet, bilden diese Funktionen die einfachste Klasse allgemeinerer, der sogenannten Prymschen Funktionen Nter Ordnung und im Vorworte ihres Werkes sprechen die Verfasser die Hoffnung aus, daß es ihnen vergönnt sei, auch diese, in ihren Grundzügen schon vorhandene Theorie in gemeinsamer Arbeit ausführlich zu entwickeln. Diese Hoffnung ist leider nicht in Erfüllung gegangen, obwohl Prym noch in den letzten Monaten seines Lebens an dem Werke rastlos gearbeitet hatte.

Im Jahre 1897/98 bekleidete Prym das Amt des Rektors der Universität; seine am Stiftungstage der Hochschule gehaltene Festrede behandelte „die Entwicklung der griechischen Mathematik von ihren Anfängen bis zu ihrem Höhenpunkte".

Die Hauptvorlesungen Pryms betrafen Differentialrechnung, Integralrechnung und Funktionentheorie. Sie waren in Inhalt, Methode und Form das Resultat unermüdlicher Arbeit. Der Inhalt war bis in jede Einzelheit richtig, die Methode streng, die Form klar und sorgfältig ausgefeilt. Diese Eigenschaften verliehen Pryms Vorlesungen bedeutenden pädagogischen Wert.

Am 31. März 1909 vollendete Prym das 40. Jahr seiner Tätigkeit als ordentlicher Professor in Würzburg; er hatte zu diesem Termine um Enthebung von der Verpflichtung zur Abhaltung von Vorlesungen gebeten, blieb aber auf Wunsch des Ministeriums noch bis zum 1. Oktober 1909 im Amte.

1872 hat Prym einen glänzenden Ruf an die neu errichtete Universität Straßburg abgelehnt; ebenso 1886 einen solchen an die Technische Hochschule seiner rheinischen Heimat, Aachen.

Zu seinem 70. Geburtstag hat die Stadt Würzburg Prym zu ihrem Ehrenbürger ernannt; zu seinem 50jährigen Doktorjubiläum verlieh ihm die Universität ihre Ehrenmünze in Gold; beide Ehrungen brachten den Dank für hervorragende Leistungen auf gemeinnützigem Gebiete und für reiche Stiftungen zum Ausdruck.

Schriftenverzeichnis.

1. Theoria nova functionum ultraellipticarum. Pars prior. Inaug.-Diss. Berlin 1863. 4. 39 S. 1 Tafel.
2. Neue Theorie der ultraelliptischen Funktionen. Denkschr. der math.-naturw. Klasse der K. Akademie der Wiss. zu Wien. Bd. 24, 1864, 4. 104 S. 3 Tafeln. Zweite Ausgabe mit nachträglichen Bemerkungen und neuen Tafeln. Berlin 1885.
3. Zur Theorie der Funktionen in einer zweiblättrigen Fläche. Denkschr. der Schweiz. Naturf. Gesellschaft. Bd. 22, 1866. 4. 47 S.
4. Zur Integration der gleichzeitigen Differentialgleichungen $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$. J. f. Math., Bd. 70, 1869, S. 354.
5. Beweis zweier Sätze der Funktionentheorie. J. f. Math., Bd. 71 1870, S. 223.
6. Über ein Randintegral. J. f. Math., Bd. 71, 1870, S. 305.
7. Zur Integration der Differentialgleichung $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$. J. f. Math., Bd. 73, 1871, S. 340.
8. Zur Theorie der Gammafunktion. J. f. Math., Bd. 82, 1877, S. 165.
9. Beweis eines Riemannschen Satzes. J. f. Math., Bd. 83, 1877, S. 251.
10. Untersuchungen über die Riemannsche Thetaformel und die Riemannsche Charakteristikentheorie. Leipzig 1882. 4. VIII und 112 S.
11. Kurze Ableitung der Riemannschen Thetaformel. J. f. Math., Bd. 93, 1882, S. 124.
12. Ein neuer Beweis für die Riemannsche Thetaformel. Acta math., Bd. 3, 1883, S. 200.
13. Ableitung einer allgemeinen Thetaformel. Acta math., Bd. 3, 1883, S. 216.
14. [mit A. Krazer] Über die Verallgemeinerung der Riemannschen Thetaformel. Acta math., Bd. 3, 1883, S. 242.
15. [mit A. Krazer] Neue Grundlagen einer Theorie der allgemeinen Thetafunktionen. Kurz zusammengefaßt und herausgegeben von A. Krazer. Leipzig 1892. 4. XII und 133 S.

16. Über orthogonale, involutorische und orthogonal-involutorische Substitutionen. Abh. der K. Ges. der Wiss. zu Göttingen. Bd. 38, 1892. 4. 42 S.

17. [mit G. Rost] Theorie der Prymschen Funktionen erster Ordnung im Anschluß an die Schöpfungen Riemanns. 2 Teile. 1911. 4. 250 und 300 S.

18. Über die Entwicklung der griechischen Mathematik von ihren Anfängen bis zu ihrem Höhepunkte. Festrede zur Feier des 316 jährigen Bestehens der Universität Würzburg, gehalten am 11. Mai 1898. 4. 27 S.

A. Krazer (Karlsruhe).